Měření logaritmického dekrementu kmitů v U-trubici

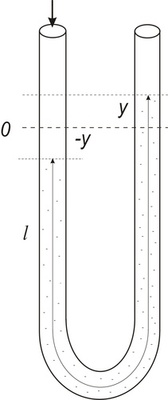
Online: <http://www.sclpx.eu/lab2R.php?exp=17>

Tento experiment, autorem publikovaný v [31] a [32], je z pohledu středoškolského učiva opět nadstavbový a je zejména kvalitativní povahy, protože perioda tlumených kmitů se liší od periody netlumených kmitů téměř neměřitelně. Z kvantitativních měření proto můžeme provést jen výpočet koeficientu útlumu.

Pro žáky je spíše zajímavé teoretické odvození vztahu pro kmity vodního sloupce v  U-trubici, které je provedeno v následující části.

**Úvod**

Kapalina uzavřená v U-trubici o vnitřním průměru může kmitat, pokud kapalinový sloupec délky vychýlíme z rovnovážné polohy o výchylku , viz obrázek 2.6.1.



Obrázek 2.6.1 Rozbor oscilátoru – Kapalina v U-trubici – znázornění výchylky [84]

K odvození diferenciální rovnice kmitů můžeme vyjít opět z obecného vztahu , do kterého dosadíme na pravé straně rovnice sílu, která způsobí kmity sloupce. Touto výslednou silou je stejně jako u obyčejného kyvadla tíhová síla , pro jejíž velikost můžeme odvodit vztah (2.6.1):

Analogicky s rovnicemi (1.7.2) a (1.7.3) můžeme zformulovat diferenciální rovnici (2.6.2a):

ze které můžeme určit frekvenci a periodu netlumených kmitů (2.6.3):

Protože jsou kmity kapalinového sloupce výrazně tlumené, můžeme v souladu s řešením rovnice (2.6.2b) najít vztah (2.6.4) pro periodu tlumených kmitů:

kde je perioda netlumených kmitů a je *konstanta tlumení oscilátoru* definovaná vztahem (2.6.6), viz [85]. Vztah (2.6.4) můžeme upravit do matematicky přehlednější podoby (2.6.5):

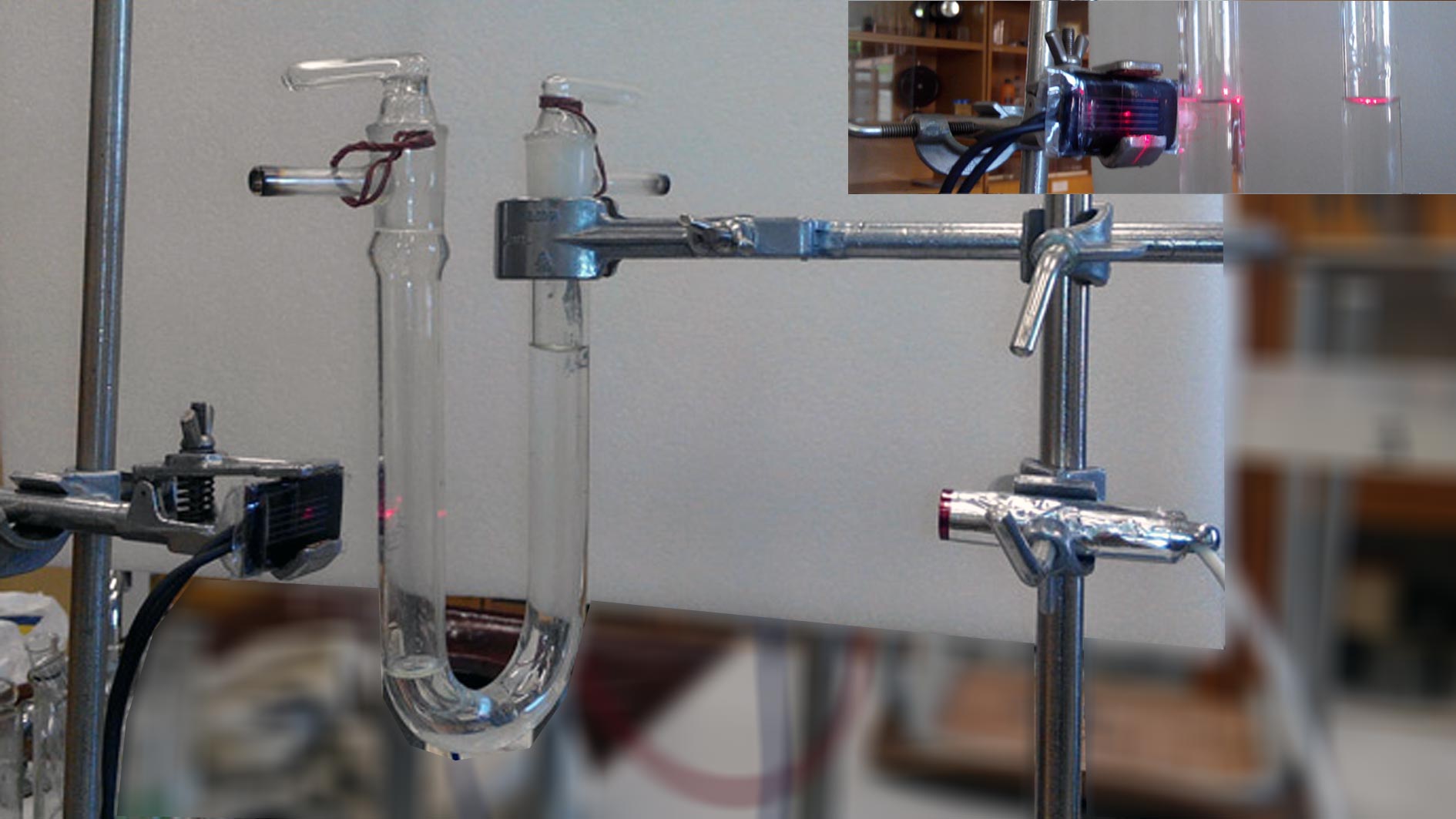
Pro *logaritmický dekrement* pak platí

kde představuje periodu tlumených kmitů, a jsou dvě po sobě jdoucí amplitudy výchylky a je tzv. *útlum*. Logaritmický dekrement charakterizuje pokles amplitudy tlumených kmitů za periodu *T*, viz [41].

**Pomůcky:** monogate, U-trubice se zábrusnými kohouty, stativový materiál

**Postup práce**

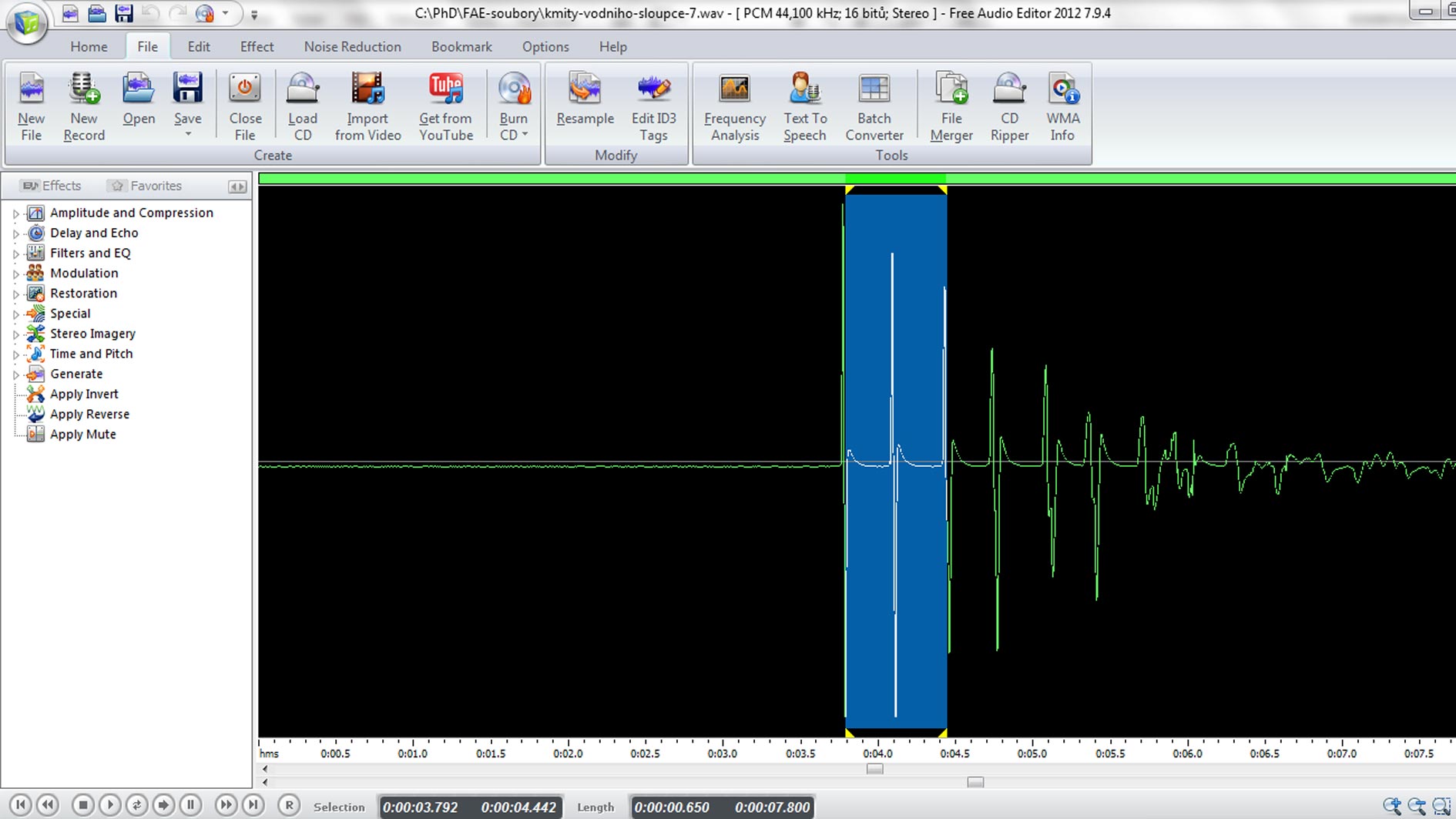
Uspořádání experimentu je na obrázku 2.6.2 s detailním pohledem v pravém horním rohu obrázku na laserový paprsek zaměřený na meniskus kapaliny v trubici v rovnovážné poloze kapalinového oscilátoru.



Obrázek 2.6.2 Uspořádání experimentu – Měření logaritmického dekrementu útlumu kmitů v U-trubici

Pro realizaci kmitů v U-trubici použijeme U-trubici opatřenou kohouty se zábrusem, které nám umožní udržet výchylku vodního sloupce v trubici. Oscilátor pak aktivujeme otočením kohoutu.

Nejprve v rovnovážné poloze kapaliny zaměříme laserový paprsek na meniskus v jednom rameni U-trubice. Pak vytvoříme v trubici fouknutím přetlak nebo nasátím podtlak, a v jednom rameni uzavřeme kohout. Druhý musí zůstat trvale otevřený nebo musí být druhé rameno bez kohoutu. Voda tak zůstane v nerovnovážné poloze s výchylkou . Po spuštění měření v programu FAE otevřeme kohout a necháme proběhnout tlumené kmity vodního sloupce. Oscilogram kmitů můžeme vidět na obrázku 2.6.3. Vnitřní průměr trubice určíme posuvným měřidlem, kterým změříme průměr horního i spodního konce kónického zábrusu, a z těchto dvou hodnot vypočítáme průměrnou hodnotu, jejíž velikost je přibližně totožná s vnitřním průměrem U-trubice.



Obrázek 2.6.3 Oscilogram experimentu – Měření logaritmického dekrementu útlumu kmitů v U-trubici

Kmity jsou dobře registrovatelné i bez obarvení vody a na obrázku 2.6.3 je dobře vidět i rychlý pokles amplitudy.

Pro vlastní odečet amplitudy je třeba v programu FAE změnit obvyklou vertikální stupnici z hodnoty *Sample Values* nebo *Decibel Values* na *Normalized values*. Nastavení provedeme na záložce nazvané *Options*, která obsahuje kartu pojmenovanou *Editor View*. Na ní se nachází dvě tlačítka: *Horizontal Scale* a *Vertical Scale*. Normalizovaná stupnice na vertikální škále má rozsah od 0 do 110 normalizovaných jednotek. Vzhledem k tomu, že při výpočtu koeficientu útlumu počítáme s poměrem dvou po sobě jdoucích amplitud, je jednotka stupnice nevýznamná. V dalším kroku jsme porovnali naměřenou hodnotu periody tlumených kmitů s výpočtem podle vztahu (2.6.4) nebo (2.6.5).

Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 2.6. Objem kapaliny v trubici u měření 1 až 5 byl ml, u měření 6 až 10 byla jeho hodnota ml. Vnitřní průměr trubice měl velikost m. Z těchto hodnot lze určit délku vodního sloupce jako , která pro prvních pět měření měla hodnotu m, které odpovídá perioda netlumených kmitů s. Pro dalších pět měření vychází délka vodního sloupce m a perioda s. Odečet amplitud a jsme provedli u prvních pěti měření nejprve pro první dvě největší hodnoty a pro dalších pět měření jsme amplitudy odečítali na třetím a čtvrtém píku. Logaritmický dekrement útlumu jsme určili z rovnice (2.6.6), ze které jsme vypočítali i koeficient tlumení ze vztahu . Hodnota periody byla určena experimentálně v programu FAE, hodnota periody byla vypočítána ze vztahu (2.6.5).

**Tabulka 2.6** Určení logaritmického dekrementu útlumu a periody tlumených kmitů

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | (s) | (s-1) | (s) |
| 100 | 90 | 0,105 | 0,575 | 0,183 | 0,595 |
| 107 | 95 | 0,119 | 0,571 | 0,208 | 0,595 |
| 105 | 85 | 0,211 | 0,575 | 0,367 | 0,595 |
| 107 | 90 | 0,173 | 0,576 | 0,300 | 0,595 |
| 107 | 95 | 0,119 | 0,568 | 0,210 | 0,595 |
| 60 | 47 | 0,244 | 0,650 | 0,375 | 0,677 |
| 74 | 47 | 0,454 | 0,645 | 0,704 | 0,678 |
| 73 | 45 | 0,484 | 0,644 | 0,752 | 0,678 |
| 65 | 47 | 0,324 | 0,649 | 0,499 | 0,677 |
| 60 | 45 | 0,288 | 0,661 | 0,436 | 0,677 |

**Závěr**

Z výsledků naměřených hodnot je patrné, že experimentálně určená perioda je vždy menší než , což odporuje teoretickému závěru, který plyne z rovnice (2.6.4) nebo (2.6.5). Vysvětlení tohoto jevu se nám prozatím nepodařilo najít. Průměrná hodnota periody tlumených kmitů byla určena v případě prvních pěti měření jako s, v případě druhých pěti měření jsme dospěli k hodnotě s. Z výše uvedeného vyplývá, že výpočet periody tlumených kmitů podle výše zmíněných vztahů potvrzuje hypotézu, že koeficient tlumení má na velikost periody zanedbatelný vliv a platí . Ke stejnému závěru dospěli i Tesař a Bartoš, viz [85].

Dále můžeme konstatovat, že logaritmický dekrement útlumu vypočítaný z poměru a je v průměru 2.5 krát větší než ten, který je určený z poměru a . Tento rozdíl může být sice způsoben rozdílným množstvím kapaliny v trubici u prvních pěti a posledních pěti pokusů, ale ověřili jsme si, že i v rámci daných pěti měření není tato veličina konstantní, jak předpokládá teorie, ale hodnota je u poměru třetího a čtvrtého píku přibližně dva krát větší než u poměru prvního a druhého píku. Předpokládáme, že se zde při pohybu kapaliny v U-trubici projevují další jevy (např. tření mezi stěnou trubice a kapalinou, viskozita kapaliny), které ovlivňují jak tlumení, tak periodu reálných kmitů.

**Otázky na závěr**

1. Naměřené hodnoty amplitud vyneste v programu MS Excel do grafu a pomocí regresní analýzy ověřte, zda exponenciálně klesají, jak předpokládá teorie.

2. Jaká bude perioda tlumených kmitů v případě, že bychom měření zrealizovali s kapalinou o menší hustotě, např. s lihem?